

(1981. 7. 15 受理)

V形アンテナ間の相互インピーダンスについて

岡 栄 一

Mutual Impedance Between V Antennas

Eiichi OKA

Synopsis

This paper deals with calculation of the mutual impedance between two nonplanar, apex-driven, symmetrical V-antennas of equal apex angle.

Use has been made of the induced emf method together with numerical integration to facilitate evaluating the mutual impedance, and concerning the function parameters, arm length, apex angle, the spacing between antennas, etc are calculated.

Comparisons are made with experimental data and also with those results which had previously been obtained by using moment method for calculating the self-impedance of the V-antenna. Agreement is satisfactory.

Numerical results are given in graphs.

1. ま え が き

全長が半波長程度の直線状ダイポールアンテナを給電点で折り曲げたV形アンテナは、電界面内における指向性を一様にするために考案されたものであるが、フレイアンテナを小型化する場合の基本素子としても十分有用と思われる。

このV形アンテナに対する理論解析についてはこれまでにいくつかの報告がなされている。たとえば、R. King は Hallén の方法、つまりアンテナ電流に関する積分方程式を逐次近似法によって解く方法により電流分布と自己インピーダンスに対する一般式を導びいている¹⁾。King の方法は給電点の間隔を有限にとり実際のアンテナに近い条件のもとに解析したものであるが、得られた式は極めて複雑であり、実用的な資料を得るためには不便である。また、那須、虫明は起電力法を用い、さらに近似を行なって実用的に便利な自己インピーダンスの表式を得ている²⁾。那須、虫明の方法では、給電点を理想化しその間隔を無限に小さいとして取り扱っているので、アンテナの開き角をゼロに近づけた場合、アンテナは給電点を一端とする一本の線状導体のようになり、その自己インピーダンスはゼロに近づかずである。しかし、得られた表式で、アンテナの開き角がゼロの極限值をとるとかなり大きな負のリアクタンス値と

なり、この方法はアンテナの開き角が小さいとき近似による誤差の増大することが予想される。さらに、King および那須、虫明の方法はアンテナの自己インピーダンスを求めることが目的であるため、そのままアレイアンテナの設計に必要な相互インピーダンスを求めるのに用いることはできない。

近年、計算機の高速化にともない、大量の数値計算を短時間内に処理することが可能となったため、積分方程式を計算機処理に適したマトリックス形式に変形して解くモーメント法が注目されている³⁾。J. E. Jones はV形アンテナの自己インピーダンスを求めるために⁴⁾、また J. H. Richmond は同一平面内におかれた2つのV形アンテナ間の相互インピーダンスを求めるために⁵⁾、このモーメント法の適用を試みている。しかし、モーメント法は計算時間を多く必要とし、計算機も規模の大きなものを用いなければならない欠点がある。

本稿では、アンテナを含む面が互いに平行で、かつ給電点を結ぶ軸がアンテナ面に垂直となるように置かれた2つのV形アンテナ間の相互インピーダンスを起電力法によって求め、得られた定積分表示の解を数値積分法で評価する⁶⁾⁷⁾。さらに、いくつかの計算結果を示し、これまで明らかにされていない、同一平面内にない2つのV形アンテナ間の相互インピーダンス特性を明らかにする。

2. 理 論

長さがそれぞれ $2l_1, 2l_2$ で開き角がともに α の2つのV形アンテナが、アンテナを含む面は互いに平行でかつ両アンテナの給電点を結ぶ軸と垂直になるように配置されている場合を考える(図1)。アンテナ#1の一方の導体方向を z_1 軸他方を s_1 軸とし、アンテナ#2の導体方向のうち z_1 軸に平行な方向を z_2 軸、他方を s_2 軸、また s_1 軸に垂直な方向を ρ_1 軸とする。

#1, #2の各アンテナ導体に流れる電流をそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} I_{z1} &= I_1 \sin k(l_1 - z_1), & 0 \leq z_1 \leq l_1 \\ I_{s1} &= I_1 \sin k(l_1 + s_1), & -l_1 \leq s_1 \leq 0 \\ I_{z2} &= I_2 \sin k(l_2 - z_2), & 0 \leq z_2 \leq l_2 \\ I_{s2} &= I_2 \sin k(l_2 + s_2), & -l_2 \leq s_2 \leq 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

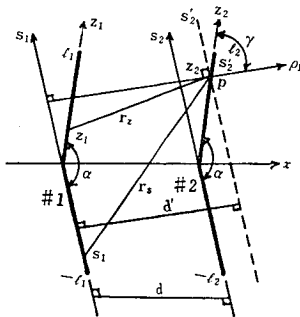


図1 座 標 系

$$\Pi = e_z \Pi_z + e_s \Pi_s, \quad (2)$$

と表される。ただし、

$$\Pi_z = -\frac{I_1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_0^{l_1} \sin k(l_1 - z_1) \frac{e^{-ikr_z}}{r_z} dz_1 \quad (3)$$

$$\Pi_s = -\frac{I_1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_{-l_1}^0 \sin k(l_1 + s_1) \frac{e^{-ikr_s}}{r_s} ds_1 \quad (4)$$

であり, e_z, e_s はそれぞれ z_1 方向と s_1 方向の単位ベクトルである。また,

$$r_z = \sqrt{d^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (5)$$

$$r_s = \sqrt{d'^2 + (s_1 - s_2')^2} \quad (6)$$

であり, d は両アンテナ間の距離, d' は P 点を通り s_1 軸と平行に引いた新しい座標軸 s_2' 軸と s_1 軸の間の距離, s_2' は s_2' 軸上の P 点の座標を示す。ここで, d' と d および s_2' と z_2 の間には

$$d' = \sqrt{d^2 + z_2^2 \sin^2 \alpha} \quad (7)$$

$$s_2' = -z_2 \cos \alpha \quad (8)$$

の関係がある。

P 点における電界の z_2 方向成分 E_{z2} は, Π_z による z_1 軸に平行な方向の電界を E_z , Π_s による s_1 軸に平行な方向の電界を E_s , また ρ_1 軸方向の電界を E_ρ とすると,

$$E_{z2} = E_z - E_s \cos \alpha + E_\rho \cos \gamma \quad (9)$$

で表される。ここで, γ は z_2 軸と P 点を通る ρ_1 軸とのなす角であり,

$$\cos \gamma = \frac{-z_2 \sin^2 \alpha}{\sqrt{d^2 + z_2^2 \sin^2 \alpha}} \quad (10)$$

となる。さらに, 式(2)―(6)によって,

$$E_z = -j30 I_1 \left\{ \frac{e^{-jkr_{z1}}}{r_{z1}} - \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} (\cos kl_1 + \frac{jr_0 z_2 + z_2/k}{r_0^2} \sin kl_1) \right\} \quad (11)$$

$$E_s = -j30 I_1 \left\{ \frac{e^{-jkr_{s1}}}{r_{s1}} - \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} (\cos kl_1 - \frac{jr_0 s_2 + s_2/k}{r_0^2} \sin kl_1) \right\} \quad (12)$$

$$E_\rho = -j30 I_1 \left\{ \frac{l_1 + s_2}{r_{s1} d'} e^{-jkr_{s1}} + \frac{e^{-jkr_0}}{r_0 d'} (jr_0 \sin kl_1 - s_2 \cos kl_1) - \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} \frac{jr_0 d' + d'/k}{r_0^2} \sin kl_1 \right\} \quad (13)$$

が得られる。ただし,

$$\left. \begin{aligned} r_{z1} &= \sqrt{d^2 + (l_1 - z_2)^2} \\ r_{s1} &= \sqrt{d'^2 + (l_1 - s_2')^2} \\ r_0 &= \sqrt{d^2 + z_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

である。式(10)―(13)を式(9)に代入し, 式(7)および(8)の関係を考慮すると, P 点での z_2 方向の電界成分は, 結局

$$E_{z2} = -j30 I_1 \left\{ \frac{e^{-jkr_{z1}}}{r_{z1}} - \frac{e^{-jkr_{s1}}}{r_{s1}} \frac{d^2 \cos \alpha + l_1 z_2 \sin^2 \alpha}{d^2 + z_2^2 \sin^2 \alpha} - \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} \left(1 - \frac{d^2 \cos \alpha}{d^2 + z_2^2 \sin^2 \alpha} \right) \cos kl_1 - j e^{-jkr_0} \frac{z_2 \sin^2 \alpha \sin kl_1}{d^2 + z_2^2 \sin^2 \alpha} \right\} \quad (15)$$

の形に求められる。

起電力法によれば #1 と #2 のアンテナ間の相互インピーダンス z_{21} は,

$$z_{21} = \frac{-2}{I_1 \sin kl_1 \sin kl_2} \int_0^{l_2} E_{z2} \sin k(l_2 - z_2) dz_2 \quad (16)$$

で与えられるので, 式(16)に式(15)を代入し定積分を実行すれば相互インピーダンスを求めることができる。ただし, 式(16)の定積分を解析的に求めることは困難なので数値積分法を用いること

とする。

3. 計算結果と考察

式(6)による計算結果を実測値と比較し検討する。定積分の計算結果はすべて Simpson の $1/8$ 則による数値積分法によるもので、分割数は 128 としてある⁷⁾。

$l_1=l_2$ とし、間隔を導体半径と等しくすると相互インピーダンスは自己インピーダンスと等価となり、また、V形アンテナは面対称形なので、その自己インピーダンスの $1/2$ は対称面から上半分のアンテナ、つまり接地板上の傾斜モノポールアンテナの自己インピーダンスに等しい。

そこで図2には、本論文の方法による傾斜モノポールアンテナの自己インピーダンスの計算値(実線)と D. Lekhyananda による実測値(○印)⁶⁾とを、垂直モノポールアンテナからの変位角 ϕ を変数として、対比して示してある。ただし、 $l_1=l_2=l=\lambda/4$ 、 $d=\lambda/200$ とし、比較しやすいように、ともにアドミッタンスで表示してある。また、図中の点線は比較のために示したモーメント法による計算結果である⁸⁾。

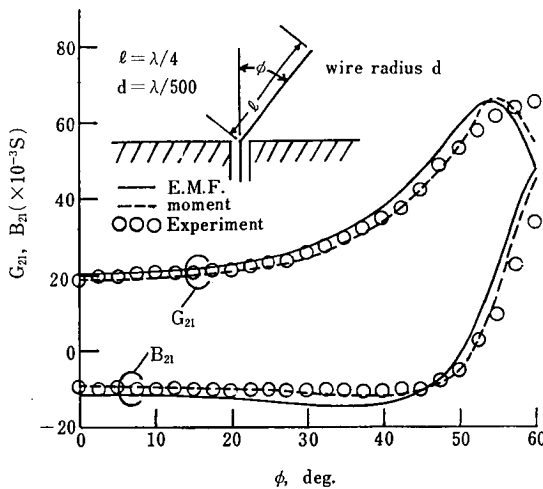


図2 傾斜モノポールアンテナの自己アドミッタンス
(計算値と実測値)

図2は、本論文による理論値と実測値とが変位角 $\phi=55^\circ$ 以下ではかなりよく一致しているが、変位角がさらに大きくなると両者の違いが増大することを示している。また、このことはモーメント法による理論値についても同様な傾向であることがわかる。さらに、本論文の方法とモーメント法による計算結果を比較してみると明らかなように、両者の差は非常にわずかであり、実用的な多くの資料を得るには計算時間をあまり必要としない本論文の方法はかなり有効と考えられる。

4. 計算例

図(3)―(7)は、アンテナを含む面が互いに平行になるように置かれているV形アンテナ間の

相互インピーダンス特性を計算して得られた結果の数例である。

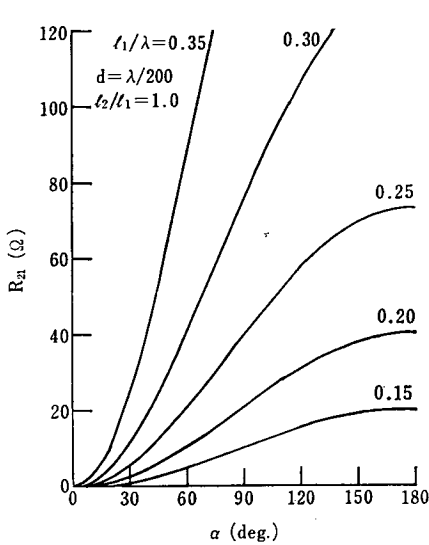


図3 a 開き角と相互抵抗との関係

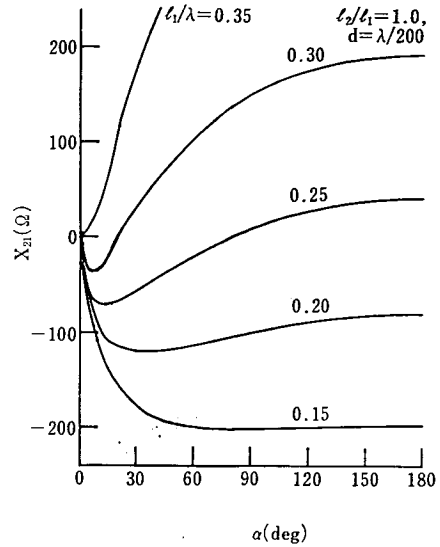


図3 b 開き角と相互リアクタンスとの関係

図3 a, bは開き角 α の変化に対する相互インピーダンス z_{21} の抵抗分 (R_{21}) とリアクタンス分 (X_{21}) の値を l_1 をパラメータとして示したものであり、図4 a, bは l_1 の変化に対する R_{21} と X_{21} の値を α をパラメータとして示したものである。ただし、図aは抵抗分、図bはリアクタンス分であり、ともに $l_1/l_2=1.0$, $d=\lambda/200$ の場合を示してある。つまり、これらは導体半径が $\lambda/200$ のV形アンテナの自己インピーダンスの抵抗分とリアクタンス分を表している。図3 a, bにおいて、 $\alpha > 30^\circ$ の場合は文献(2)で求められている値とよく一致している。

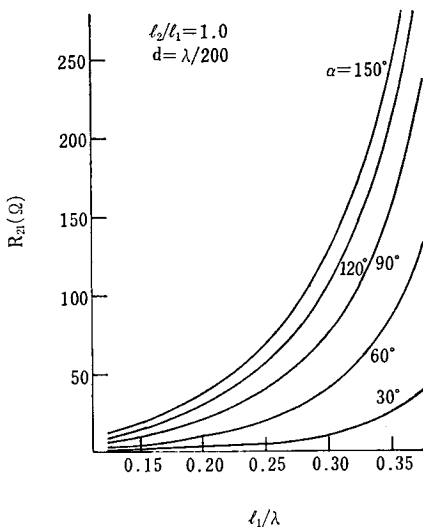


図4 a アンテナ長と相互抵抗との関係

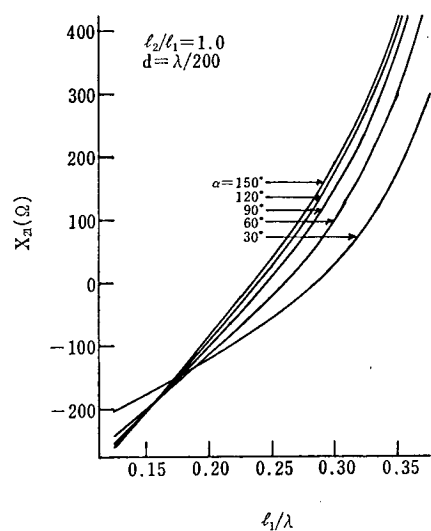


図4 b アンテナ長と相互リアクタンスとの関係

図5は、 $l_1=\lambda/4$, $l_2/l_1=1.0$ の場合の α と z_{21} の関係をアンテナ間隔 d をパラメータとして

示したものであり、また $l_2/l_1=1.0$ とし、 α をパラメータとした場合の d と z_{21} の関係と $\alpha=90^\circ$ とし、 l_2/l_1 をパラメータとした場合の d と z_{21} の関係をそれぞれ図6および図7に示す。ただし、いずれも $l_1=\lambda/4$ としてある。

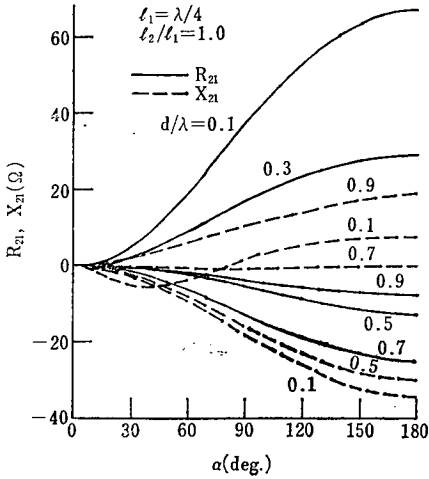


図5 開き角と相互インピーダンスとの関係

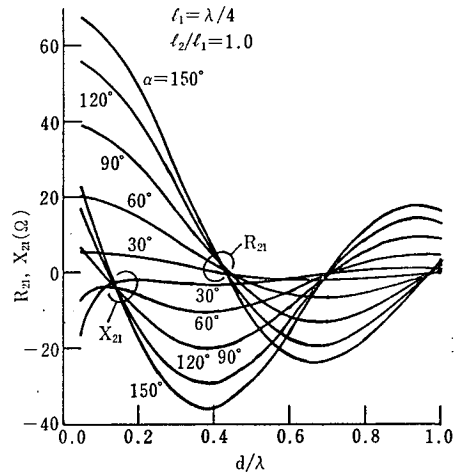


図6 アンテナ間隔と相互インピーダンスとの関係

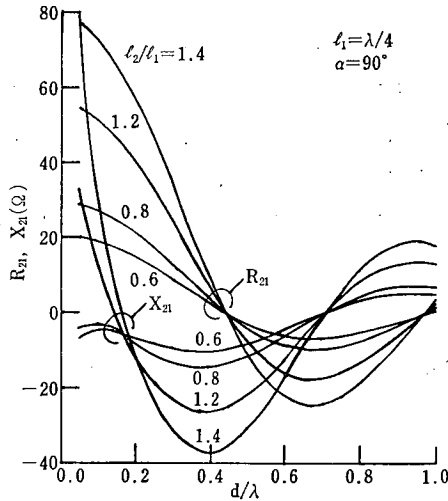


図7 アンテナ間隔と相互インピーダンスとの関係

5. む す び

アンテナを含む面が互いに平行でかつ両アンテナの給電点を結ぶ軸に垂直になるように置かれた2つのV形アンテナ間の相互インピーダンスを起電力法によって求め、得られた定積分形式の解を Simpson の¹⁾則による数値積分法で評価した。

得られた結果は、狭角が小さい場合をのぞいて実測値とかなりよく一致し、モーメント法による計算結果との違いもわずかであることがわかった。さらに、本論文の方法はモーメント法と比較して計算時間も著しく少なく、かつ小規模の計算機で十分なため、より実用的な解析方

法であると考えられる。

また、計算結果例からアンテナ面が互いに平行な場合のV形アンテナ間の相互インピーダンス特性が明らかとなり、これらはエンドファイヤアレイ設計などの基礎資料として十分有用と思われる。なお、応用については他の機会に報告したい。

謝 辞

最後に、日頃御指導いただいている本学工学部築地整教授に感謝する。又、本論文における数値計算は明治大学計算センターの UNIVAC 1100/21 で行なったものである。

文 献

- 1) R. King: "Theory of V-antennas," J. Appl. Phys., Vol.22, pp. 1111-1121, (1951).
- 2) 那須, 虫明: "V形空中線のインピーダンスについて," 信学誌, Vol. 43, pp. 310-316, (1960).
- 3) R. F. Harrington: "Matrix methods for field problems," Proc, IEEE, Vol. 55, pp. 136-149, (1967).
- 4) J. E. Jones: "Analysis of the symmetric centerfed V-dipole antenna," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-24, pp. 316-322, (1976).
- 5) J. H. Richmond: "Admittance matrix of coupled Vantennas," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-18, pp. 820-821, (1970).
- 6) H. C. Baker and A. H. LaGrone: "Digital computation of the mutual impedance between thin dipoles," IRE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-10, pp. 172-178, (1962).
- 7) 岡栄一: "互いに振れをもつダイポール間の相互インピーダンス," 明治大学工学部研究報告, No. 40, pp. 31-36. (1980).